

Gráficos estadísticos en la educación primaria y la formación de profesores

Pedro Arteaga (parteaga@ugr.es)
Carmen Batanero (batanero@ugr.es)
José Miguel Contreras (jmcontreras@ugr.es)
Universidad de Granada.

Resumen

La interpretación y construcción de gráficos estadísticos forma parte de la cultura estadística que un ciudadano bien informado ha de tener para enfrentarse críticamente a la sociedad de la información. En este trabajo sintetizamos la investigación realizada sobre este tema con niños y futuros profesores y finaliza-

mos con algunas recomendaciones didácticas para mejorar la cultura estadística en ambos colectivos.

Palabras Clave

Gráficos estadísticos, niveles de lectura de gráficos, errores en la construcción de gráficos, cultura estadística, educación primaria, formación de profesores.

Statistical graphs in primary education and teacher training

Abstract

Competence in building and interpreting statistical graphs take part of statistical literacy that a well informed citizen need to critically face the information society. In this paper we summarise research related graphical understanding in children and pre-service teachers. We finish with some

didactic recommendations to improve the statistical literacy in both groups.

Key words

Keywords: Statistical graphs, Graph reading levels, errors in building graphs, statistical literacy, primary school, training teachers.

Indivisa, Bol. Estud. Invest., 2011, n.º 12, pp. 123-132
ISSN: 1579-3141

Introducción

Uno de los retos de la enseñanza es conectarla con la realidad y la sociedad del momento, para lograr un acercamiento entre escuela y vida cotidiana. En este sentido, los gráficos estadísticos son un tema privilegiado, pues se utilizan con frecuencia en la prensa y medios de comunicación, con lo que podrían utilizarse para hacer esta conexión entre escuela y realidad (Espinel, 2007).

Los gráficos pueden utilizarse para comunicar información y como instrumento de análisis de datos, así como para retener en la memoria una gran cantidad de información en forma eficiente (Cazorla, 2002). Además, las nuevas tecnologías posibilitan realizar gráficos estadísticos de modo rápido y eficaz. La construcción e interpretación de gráficos estadísticos es también parte importante de la cultura estadística (Gal, 2002), cuyos componentes, son, según Watson (2006) los siguientes:

- Logro del conocimiento básico de los conceptos estadísticos y probabilísticos;
- Comprensión de los razonamientos y argumentos estadísticos cuando se presentan dentro de un contexto más amplio de algún informe en los medios de comunicación o en el trabajo;
- Actitud crítica que se asume al cuestionar argumentos que estén basados en evidencia estadística.

La ciencia, utiliza representaciones semióticas externas, especialmente gráficos, para construir y comunicar los conceptos científicos, cuyo aprendizaje está ligado al de estas representaciones y al de sus procesos de formación y transformación. Las gráficas también ayudan a determinar las relaciones entre las variables que intervienen en los fenómenos y así poder modelizarlos. En consecuen-

cia, en la enseñanza de las ciencias estas gráficas sirven para visualizar conceptos y relaciones abstractas difíciles de comprender (Postigo y Pozo, 2000).

Los nuevos currículos introducen los gráficos ya desde la educación primaria, donde tienen una fuerte presencia que continúa, aunque con menor énfasis, en los siguientes niveles educativos. A pesar de esta importancia, la investigación en didáctica de la matemática nos alerta que la competencia relacionada con el lenguaje de las gráficas estadísticas no se alcanza en los alumnos (Cazorla, 2002) ni tampoco en la preparación de los futuros profesores de educación primaria (Espinel, 2007). Esta investigación ha sido realizada en gran parte por estadísticos o psicólogos, por lo que no es bien conocida por los profesores.

El objetivo de este trabajo es sintetizar los resultados de la investigación sobre el tema, para hacerla accesible a los profesores de educación primaria, quienes son los encargados de iniciar a los niños en este tema y quienes podrían compartir algunas de las dificultades descritas en este trabajo. Comenzamos en primer lugar, analizando los contenidos sobre gráficos estadísticos incluidos en la educación primaria.

Los gráficos en la enseñanza primaria

El incremento de los contenidos de estadística que se recomiendan en la escuela primaria, se hace patente en los Decretos de Enseñanzas Mínimas de Educación Primaria (MEC, 2006). En el área de Matemáticas se observa que desde primer ciclo se incluye dentro de dicha área un Bloque llamado *Tratamiento de la información, azar y probabilidad*, presentando los siguientes contenidos, sobre gráficos estadísticos:

- **Primer Ciclo:** Gráficos estadísticos: Descripción verbal, obtención de información cualitativa e interpretación de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos cercanos de los niños.
- **Segundo Ciclo:** Gráficos y tablas: Iniciación al uso de estrategias eficaces de recuento de datos. Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Interpretación y descripción verbal de elementos significativos de gráficos sencillos relativos a fenómenos familiares.
- **Tercer Ciclo:** Gráficos y parámetros estadísticos: Recogida y registro de datos utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición. Distintas formas de representar la información. Tipos de gráficos estadísticos. Valoración de la importancia de analizar críticamente las informaciones que se presentan a través de gráficos estadísticos.

La Consejería de Educación (2007), por su parte, remite a estos mismos contenidos cuando describe el Bloque 5 que se incluye en el currículo de matemáticas con el título *Tratamiento de la información, estadística y azar*. También se sugieren que sus contenidos sólo adquieren su pleno significado cuando se presentan en conexión con actividades que implican a otras áreas de conocimiento.

Los citados documentos indican que el trabajo con la estadística ha de incidir de forma significativa en la comprensión de las informaciones de los medios de comunicación, y ayudar a valorar el beneficio que los conocimientos estadísticos proporcionan ante la toma de decisiones. Se da especial importancia a los contenidos actitudinales.

La principal finalidad de este núcleo temático es que las niñas y niños comiencen a interpretar los fenómenos ambientales y sociales de su entorno cercano a través de las matemáticas. Esto ayudará a entender las matemáticas como una disciplina que ayuda a interpretar la realidad y a actuar sobre ella de forma responsable, crítica y positiva.

Para que estas propuestas curriculares sean posibles, será necesario proporcionar a los profesores información sobre las dificultades de sus estudiantes con los gráficos estadísticos. Con el fin de proporcionar esta información, realizamos a continuación una síntesis de las investigaciones sobre comprensión y construcción de gráficos estadísticos. Dedicamos también un apartado específico a la competencia gráfica de futuros profesores de educación primaria, para orientar la labor de los formadores de profesores.

Elementos estructurales de los gráficos estadísticos

La correcta lectura de un gráfico requiere conocimientos no siempre disponibles por el estudiante sobre los convenios de construcción y los elementos del gráfico, que han sido definidos por diferentes autores. Kosslyn (1985) resalta los siguientes elementos constituyentes de un gráfico:

- **Segundo plano o plano de fondo**, que sirve de soporte al gráfico y que en la mayoría de los gráficos es blanco, pero que podría variar dependiendo del gráfico y tratarse de una fotografía o dibujo.
- **Estructura del gráfico**, que sirve para definir las variables que están siendo representadas y que se relacionan

entre sí. En muchos de los gráficos dicha estructura está constituida por los ejes cartesianos, pero no siempre, por ejemplo en los gráficos de sectores o en un diagrama polar no se usan dichos ejes.

- *Contenido pictórico*, que consiste en la forma por la que los datos son representados y transmitidos a través del gráfico, siendo líneas en el gráfico de líneas, barras para los histogramas y gráficos de barras, círculos en los gráficos de sectores, etc.
- *Rótulos*, que proporcionan información para interpretar los distintos gráficos. Dichos rótulos están formados por letras, palabras, frases y números, y aparecen dentro de título del gráfico y de los ejes, así como en las etiquetas de las variables.

Curcio (1987; 1989) también tiene en cuenta las *palabras* que aparecen en el gráfico, como su título, las etiquetas de los ejes y de las escalas; todas ellas son necesarias para comprender las variables representadas en el gráfico. Además, diferencia los siguientes elementos:

- El *contenido matemático* subyacente, que incluye los conjuntos numéricos empleados, el área en un diagrama de sectores, longitud en un gráfico de líneas, coordenadas en un diagrama de dispersión, proporcionalidad en la mayoría de los gráficos. El estudiante ha de dominar este contenido para comprender el gráfico.
- Los *convenios específicos* que se usan en cada tipo de gráfico. Por ejemplo, el alumno ha de conocer en un diagrama de sectores que la amplitud del sector es proporcional a la frecuencia; en un diagrama de dispersión que cada punto representa un caso y las coordenadas del

punto los valores de las dos variables representadas.

En relación con los anteriores componentes Friel, Curcio y Bright (2001) describen las siguientes competencias relacionadas con el lenguaje gráfico:

- Reconocer los elementos estructurales del gráfico (ejes, escalas, etiquetas, elementos específicos) y sus relaciones. Distinguir si cada elemento es o no apropiado en el gráfico particular.
- Apreiciar el impacto de cada uno de estos componentes sobre la presentación de la información (por ejemplo, predecir como cambiaría el gráfico al variar la escala de un eje).
- Traducir las relaciones reflejadas en el gráfico a los datos que se representan en el mismo y viceversa.
- Reconocer cuando un gráfico es más útil que otro, en función del juicio requerido y de los datos representados, es decir, saber elegir el gráfico adecuado al tipo de variable y al tipo de problema.

Actividad semiótica y niveles de lectura de gráficos

Bertin (1967) asume la premisa de que un gráfico es un texto multimodal; tanto globalmente, como cada elemento que lo componen, está constituido por conjuntos de signos que requieren una actividad semiótica por aquellos que los interpretan. El autor sugiere que la lectura de un gráfico comienza con una *identificación externa* del tema al que se refiere, a través de la comprensión del significado del título y las etiquetas. A continuación se requiere una *identificación interna*, de las dimensio-

nes relevantes de variación en el gráfico, es decir, las variables representadas y sus escalas. Finalmente se produce una *percepción de la correspondencia* entre los niveles particulares de cada dimensión visual para obtener conclusiones sobre los niveles particulares de cada variable y sus relaciones en la realidad representada.

Por su parte Cleveland y McGill (1984) estudiaron la percepción gráfica e identificaron una serie de tareas que una persona debía poner en juego al leer un gráfico para obtener la información cuantitativa presente en éste: (a) Comparar la posición de varios elementos a lo largo de una escala común; (b) comparar la posición de un elemento con respecto a escalas diferentes, y (c) determinar la longitud, dirección, ángulo, área, volumen o curvatura de un elemento del gráfico.

Para estos autores, al construir un gráfico, la información cuantitativa y categórica es codificada (por ejemplo por medio de la posición de un punto o de la longitud de una barra) y cuando un persona lee un gráfico debe descodificar la información por medio del proceso denominado percepción gráfica que consiste en la «descodificación visual de la información codificada en un gráfico» (pg. 531).

Además de las competencias anteriores, algunos autores definen niveles en la lectura en los gráficos y muestran que no todos los alumnos alcanzan el nivel más alto. Bertín (1967) considera las siguientes:

- *Extracción de datos*, que consiste en poner en relación un elemento de un eje con el de otro eje. Por ejemplo, en un diagrama de barras leer la frecuencia asociada a un valor de la variable.

- *Extracción de tendencias*, cuando se es capaz de percibir en el gráfico una relación entre dos subconjuntos de datos que pueden ser definidos a priori o visualmente. Un caso particular es determinar visualmente la moda de una distribución en un diagrama de barras, ya que se clasifica los datos en subconjuntos (que tienen un mismo valor para la variable) y se comparan entre si estos subconjuntos para ver cuál tiene mayor frecuencia.
- *Análisis de la estructura de los datos*, comparando tendencias o agrupamientos y efectuando predicciones. Un ejemplo ocurre cuando se representa en un diagrama de barras adosadas dos distribuciones y se analizan sus diferencias en promedios y dispersión.

Curcio (1989) realiza una clasificación muy similar a la anterior que ha tenido un gran impacto en educación estadística. Denomina a los tres niveles definidos por Bertin «*leer entre los datos*» (lectura literal del gráfico sin interpretar la información contenida en el mismo), «*leer dentro de los datos*» (interpretación e integración de los datos en el gráfico y «*leer más allá de los datos*» (predicciones e inferencias a partir de los datos sobre informaciones que no se reflejan directamente en el gráfico). Friel, Curcio y Bright (2001) amplían la clasificación definiendo un nuevo nivel «*leer detrás de los datos*» consistente en valorar críticamente el método de recogida de datos su validez y fiabilidad, así como las posibilidades de extensión de las conclusiones.

Un modelo algo más complejo es debido a Gerber, Boulton-Lewis y Bruce (1995), quienes diferencian siete niveles de comprensión de gráficos, en función de las competencias de los estudiantes para interpretarlos:

- *Nivel 1.* Los estudiantes no se centran en los datos, sino que asocian algunas características de los mismos a su conocimiento del mundo, generalmente impreciso. Al hacer una pregunta sobre edades de niños representados en un gráfico, los alumnos situados en este nivel pueden responder dando su edad.
- *Niveles 2 y 3.* En estos niveles los sujetos se centran en los datos representados, pero de forma incompleta. En el nivel 2 no llegan a apreciar el propósito del gráfico e interpretan sólo aspectos parciales de los datos, tales como una de las barras del diagrama de barras. En el nivel 3 los estudiantes aprecian el propósito del gráfico y analizan todos los elementos uno a uno, pero no llegan a una síntesis global, al no comprender algún elemento específico que es clave en la representación. Un estudiante en este nivel podría interpretar los grupos de edad (que se refieren a un conjunto de personas) en una pirámide de población como edades de sujetos individuales.
- *Niveles 4, 5 y 6.* Una vez que el estudiante llega a una síntesis global, puede todavía tener una interpretación estática de los gráficos, y podemos diferenciar tres niveles diferentes. En el nivel 4 los estudiantes son capaces de analizar una a una las variables representadas en el mismo gráfico, pero no conjuntamente. Por ejemplo, si representamos la esperanza de vida de hombre y mujeres en diversos países en un gráfico de líneas, los alumnos interpretan por un lado la esperanza de vida de los hombres y por otro los de las mujeres. En el nivel 5 se comparan varias variables representadas en el mismo gráfico; en el ejemplo anterior podrían deducir que la esperanza de vida en las mujeres es superior a la de los hombres en la mayoría de paí-

ses. En el nivel 6 los estudiantes usan los gráficos para apoyar o refutar sus teorías. No sólo comparan varias variables en el mismo gráfico, sino sacan conclusiones generales respecto a una hipótesis; en el caso analizado podrían usar el gráfico para refutar la idea de que la mujer es más débil que el hombre.

- *Nivel 7.* En el último nivel los estudiantes son capaces de hacer extrapolaciones, y hacer predicciones para otros datos no representados en el gráfico; en el ejemplo anterior, el estudiante podría estimar la esperanza de vida del hombre, conocida la esperanza de vida de la mujer, para un país no representado en el gráfico.

Cuando los niveles de lectura de gráficos descritos se aplican no sólo a la interpretación de los gráficos, sino a su valoración crítica, los niveles superiores se extienden al tener en cuenta la capacidad de crítica que tiene el estudiante (Aoyama y Stephen, 2003; Aoyama, 2007). Supongamos, por ejemplo, que se da a los estudiantes un gráfico que presenta datos sobre el número de horas que los adolescentes dedican a jugar con la videoconsola y el número de episodios de violencia escolar en que se ven implicados. La gráfica muestra claramente un crecimiento del número de episodios de violencia cuando aumenta el tiempo dedicado a este tipo de juegos. Se pregunta a los estudiantes si piensan que la violencia escolar disminuiría si se prohibiesen las videoconsolas. Una vez que los estudiantes llegan a la fase superior en la clasificación de Gerber, Boulton-Lewis y Bru, todavía podríamos diferenciar tres niveles:

- *Nivel Racional/Literal.* Los estudiantes leen correctamente el gráfico, y son capaces de interpolar valores, detectar tendencias y hacer predicciones,

pero no critican la información presentada. Un estudiante en este nivel, respondería de la forma siguiente a la pregunta planteada sería «Sí, ya que el grupo de chicos que jugó juegos durante mucho tiempo también tuvo muchos episodios de violencia»

- **Nivel Crítico.** Los estudiantes leen los gráficos, comprenden el contexto y evalúan la fiabilidad de la información, cuestionándola a veces, pero no son capaces de buscar otras hipótesis, por lo que darían la siguiente respuesta a la pregunta: «Pienso que no, pues aunque los que más juegan aparecen como más violentos en el gráfico, podría haber otras causas, aunque no me imagino cuáles»
- **Nivel Hipotético:** Los estudiantes leen los gráficos los interpretan y evalúan la información, formando sus propias hipótesis y modelos. Un ejemplo para la pregunta dada sería el siguiente:
«No estoy de acuerdo en que la causa de la violencia sea el juego; quizás la falta de atención de los padres puede llevar a la vez a que el chico sea violento y que dedique más horas a jugar con la consola».

Errores frecuentes en la construcción de gráficos

Además de saber leer o interpretar un gráfico, es necesario poder llegar a construir gráficos sencillos, aunque algunos investigadores indican mucha dificultad en el proceso de construcción de un gráfico. Wu (2004) clasifica los errores de los estudiantes al construir gráficos en los siguientes: errores de cálculo, errores en las escalas, errores en títulos, etiquetas o especificadores, falta de proporcionalidad en los elementos del gráfico, confusión entre gráficos parecidos pero de naturaleza

distinta (por ejemplo, entre histograma y gráfico de barras), confusión entre frecuencia y valor de la variable, errores al manejar información proveniente de los gráficos.

En primer lugar, sería necesario saber elegir un gráfico adecuado para representar una o varias variables, teniendo en cuenta la naturaleza de los datos (cualitativos, numéricos), pero los estudiantes fallan con frecuencia en esta elección. Por ejemplo Li y Shen, (1992) analizaron los gráficos en los proyectos estadísticos de sus estudiantes, encontrado alumnos que utilizan polígonos de frecuencias para representar variables cualitativas, o diagrama de barras para representar datos que debieran representarse en un diagrama de dispersión. Otros alumnos construyeron gráficos sin sentido representando variables no relacionadas entre sí en un mismo gráfico.

Una vez elegido el tipo de gráfico adecuado para representar los datos, es importante elegir una escala conveniente. Sin embargo Li y Shen (1992) encontraron los siguientes problemas en los gráficos construidos por sus estudiantes:

- Elegir una escala inadecuada para el objetivo pretendido (por ejemplo no se cubre todo el campo de variación de la variable representada).
- Omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos.
- No especificar el origen de coordenadas.
- No proporcionar suficientes divisiones en las escalas de los ejes.

Otros autores describen errores específicos para algún tipo de gráfico. Por ejemplo, Lee y Meletiou (2003) nos alertan de cuatro razonamientos erró-

neos principales a la hora de construir, interpretar y aplicar los histogramas:

- Percepción de los histogramas como representación de datos aislados, suponiendo que cada rectángulo se refiere a una observación particular y no a un intervalo de valores.
- Tendencia a observar el eje vertical y comparar las diferencias en las alturas de las barras cuando comparan la variación de dos histogramas, en lugar de comparar las áreas de los rectángulos.
- Interpretación determinista, sin apreciar que los datos representan un fenómeno aleatorio que podría variar al tomar diferentes muestras de la misma población.
- Tendencia a interpretar los histogramas como gráficos de dos variables (es decir, como diagramas de dispersión).

El ordenador no contribuye a mejorar los problemas de los estudiantes, como sugieren Ben-Zvi y Friedlander (1997), quienes definen cuatro niveles de dificultad en la elaboración de gráficos con ayuda del ordenador:

- *Uso acrítico*: los estudiantes construyen gráficos rutinariamente aceptando las opciones por defecto del software, aunque no sean adecuadas.
- *Uso significativo de una representación*: los estudiantes construyen correctamente un gráfico si se les indica cuál ha de utilizar; también lo pueden justificar en base al tipo de datos o al problema planteado. Son capaces de modificar y transformar la gráfica, cambiando las opciones del software e interpretando los resultados, pero no son capaces de seleccionar la gráfica más adecuada cuando tienen varias posibilidades.
- *Manejo significativo de representaciones múltiples*: en este caso, los

alumnos toman decisiones correctas en la selección de los gráficos más adecuados, tomando en consideración la contribución de cada uno a su problema.

- *Uso creativo*: Cuando el alumno crea un gráfico no habitual en forma correcta para presentar y justificar sus ideas.

Competencias gráficas de los futuros profesores

Las dificultades con los gráficos estadísticos no son exclusivas de los estudiantes, sino que también se presentan en los futuros profesores de educación primaria.

Las primeras autoras que realizaron investigaciones con este colectivo fueron Bruno y Espinel (2005). Al analizar la forma en que futuros profesores construyen un histograma a partir de una lista de datos, las autoras encuentran que la mitad de los participantes en su estudio tuvieron errores, por ejemplo, representaron incorrectamente los intervalos de variación de la variable en el eje de ordenadas, omitieron los intervalos de frecuencia nula, y representaron variables continuas como si se tratase de variables discretas (con discontinuidades en el eje horizontal). En cuanto al polígono de frecuencias los futuros profesores tuvieron errores al no unir por las marcas de clase, omitir el intervalo de frecuencia nula o confundir la frecuencia y el valor de la variable.

Preocupadas por estos resultados las autoras continúan la investigación utilizando un cuestionario que trata de evaluar la cultura y razonamiento estadístico de los futuros profesores por medio de su interpretación de gráficos (Espinel, 2007). Una las preguntas utili-

zadas para valorar la cultura estadística de los futuros profesores fue la lectura de un histograma y otra la interpretación de la información estadística contenida en otro histograma. En estas dos preguntas los futuros profesores obtuvieron mejores resultados que los estudiantes norteamericanos.

La pregunta de mayor dificultad de las planteadas en la prueba fue la referente al razonamiento estadístico, que consistía en emparejar un gráfico con una posible descripción de los datos contenidos en el mismo. Otra pregunta que resultó muy difícil, relacionada tanto con la cultura como con el razonamiento estadístico consistía en que los alumnos eligiesen de entre los gráficos que se les presentaba el que mejor caracterizase la forma de la distribución de los datos que se les mostraba en la pregunta.

Continuando la investigación anterior, Bruno y Espinel compararon los errores de los futuros profesores en la construcción del histograma y el polígono de frecuencias, con la evaluación de histogramas producidos por posibles estudiantes. Prácticamente todos los futuros profesores cometieron algún error al construir los gráficos, pero lo más preocupante fue la falta de coherencia entre su construcción del gráfico y la forma en que evaluaron las respuestas de estudiantes ficticios. Además, en caso de coherencia, generalmente se trataba de futuros profesores que cometieron errores en la construcción de los gráficos y también consideraron correctos los gráficos incorrectos de sus posibles estudiantes.

Lectura crítica de gráficos

Monteiro y Ainley (2006; 2007) indican que la lectura de gráficos en el contex-

to escolar es una tarea más limitada que la posible interpretación de dichos gráficos en otras actividades de la vida diaria. Los autores indican que, mientras en la escuela sólo pedimos a los estudiantes una respuesta correcta desde el punto de vista matemático, en contextos extraescolares intervienen también otros conocimientos no matemáticos. Monteiro y Ainley estudiaron la competencia de futuros profesores en la lectura de gráficos tomados de la prensa diaria, encontrando que muchos no tenían conocimientos matemáticos suficientes para llevar a cabo dicha lectura. La mayoría de los profesores participantes no tuvieron formación específica en la lectura de gráficos estadísticos y reconocieron sus carencias al respecto. En esta investigación también se observó que la interpretación de los gráficos moviliza conocimientos y sentimientos que inciden en su comprensión; por ejemplo, se obtuvo mucho mejores resultados al interpretar un gráfico sobre incidencia de cáncer en las mujeres que otro matemáticamente equivalente sobre tiempo de gestación de diferentes especies animales.

Errores en la construcción de gráficos

En nuestro propio trabajo hemos analizado los errores realizados por estudiantes de segundo curso de magisterio de la Universidad de Granada en la construcción de gráficos estadísticos, en una muestra de 91 futuros profesores (Arteaga, 2008), que fue ampliada hasta 207 futuros profesores en Arteaga y Batanero (2010).

Los datos se tomaron a partir de los informes escritos en una tarea abierta en la cual los alumnos han de comparar dos variables estadísticas recogidas

en la clase. Dichas variables son el número de caras obtenidas en dos secuencias de 20 lanzamientos de una moneda equilibrada: la primera de ella inventada por los participantes (los futuros profesores inventan los resultados de la secuencia sin lanzar realmente la moneda) y la segunda (secuencia real) obtenida al anotar los resultados lanzando 20 veces la moneda. Cada participante realizó el experimento y al final de la clase el formador de profesores proporcionó a los participantes una hoja de datos que contenía los resultados del conjunto de la clase obtenidos para la variable estadística número de caras en las secuencias real y simulada. Se pidió a los futuros profesores que analizaran los datos individualmente, y produjeran un informe escrito comparando las dos variables. Los estudiantes tuvieron libertad para elegir los gráficos o resúmenes estadísticos que considerasen convenientes o usar el ordenador.

Aunque no se pidió específicamente hacer gráficos, 181 (87,44%) participantes realizaron alguno, lo que muestra que los futuros profesores consideran el gráfico una herramienta útil para comparar dos variables estadísticas. Los gráficos producidos por los participantes fueron analizados cualitativamente para identificar los errores en su construcción. Entre otros, se han observado los siguientes errores:

- Fallos en la formación de la distribución de frecuencias a partir de una lista de datos: 17 profesores no fueron capaces de formar una distribución de frecuencias a partir de una lista de datos. En consecuencia, los estudiantes no llegan a la idea de variable estadística, ni tampoco a la de frecuencia asociada a cada valor o de distribución de frecuencias de la variable.
- Errores en las escalas o divisiones de los ejes. Alrededor del 30% de la muestra hace algún tipo de error en las escalas de los gráficos construidos. Entre ellos hemos encontrado los siguientes errores descritos por Li y Shen (1992): (a) elegir una escala inadecuada para el objetivo pretendido que o bien no cubre todo el campo de variación de la variable representada o bien es excesivamente amplia; (b) omitir las escalas en alguno de los ejes horizontal o vertical, o en ambos y (c) no especificar el origen de coordenadas. Además, algunos estudiantes emplean escalas no homogéneas, mostrando fallo de razonamiento proporcional.
- Elección de un gráfico inadecuado. Siete futuros profesores eligen un gráfico que no representa adecuadamente la tendencia o la variabilidad de los datos. Por ejemplo, se representan los datos en un diagrama de sectores, incluyendo en el gráfico la representación del total, además de la frecuencia. Ello distorsiona el gráfico, y el alumno no conecta la amplitud del sector a la frecuencia y muestra un *fallo en razonamiento proporcional*.
- Confusión entre variable dependiente e independiente en un gráfico. Dos futuros profesores no hacen la distinción entre valor de la variable estadística y frecuencia. Bien intercambian los ejes para representarlas o bien las representan conjuntamente en un diagrama de barras adosadas. Estos estudiantes no relacionan las distintas formas de representación numérica con sus aplicaciones, ya que no discriminan las magnitudes que intervienen en el problema. Este conflicto ya fue detectado por Ruiz (2006) en un estudio de comprensión de la variable aleatoria y lleva consigo una mayor dificultad en la lectura e interpretación del gráfico.

- Representación incorrecta de intervalos en la recta numérica. Aunque los datos obtenidos para realizar los gráficos sólo tomaban valores enteros, algunos estudiantes representan las frecuencias en un histograma, que es un gráfico adecuado sólo para variables continuas o variables agrupadas en intervalos. Ocho de estos alumnos, al representar los intervalos en la recta numérica encuentran dificultades representando intervalos con extremo común como si fuesen intervalos disjuntos. Este error ya fue señalado por Bruno y Espinel (2005).
- Comparaciones numéricas inadecuadas. Catorce futuros profesores mezclan en el mismo gráfico valores de variables diferentes, que incluso no son comparables. Otros dos estudiantes comparan en el mismo gráfico estadísticos cuya comparación no tiene sentido.

Implicaciones para la formación de profesores

La investigación reseñada en este trabajo muestra que la construcción de gráficos y la lectura e interpretación de los mismos es una habilidad altamente compleja, que no se adquiere espontáneamente, pero por desgracia, tampoco parece alcanzarse con la enseñanza. Más preocupante todavía es el hecho de que los futuros profesores de educación primaria tengan dificultades con el lenguaje gráfico que han de transmitir a sus alumnos y han de utilizar como herramienta en su vida

profesional. Una mejora de la educación de los niños pasa por la formación del profesor, tarea en que todos nos encontramos involucrados y que no debe olvidar el lenguaje de las gráficas estadísticas.

Según Ridgway, Nicholson y McCusker (2008), debido a los cambios en la sociedad actual y a la abundancia de información en Internet se espera que cualquier persona sea capaz de comprender las informaciones que provienen de diversas fuentes, como por ejemplo los medios de comunicación e Internet. Muchos de los datos estadísticos disponibles y sus representaciones suelen ser multivariantes (es decir representan conjuntamente varias variables, con interacciones complejas). Pero el currículo de la escuela no prepara a los estudiantes para interpretar este tipo de gráficos y, como hemos visto, la preparación que reciben los profesores de educación primaria para construir e interpretar gráficos más sencillos tampoco es suficiente.

Una mejora de la educación de los niños pasa por la formación del profesor, que no debe olvidar el lenguaje de las gráficas estadísticas. Será también necesario continuar la investigación iniciada diseñando actividades formativas sobre los gráficos estadísticos y su didáctica para futuros profesores.

Agradecimientos: Proyecto EDU2010-14947 (MCINN-FEDER), becas FPI BES-2008-003573 y FPU-AP2007-03222 (MEC-FEDER) y grupo FQM126 (Junta de Andalucía).

Referencias bibliográficas

AOYAMA, K. (2007). Investigating a hierarchy of students' interpretations of graphs. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2 (3). On line: <http://www.iejme/>.

AOYAMA, K., M. y STEPHENS, M. (2003). Graph interpretation aspects of statistical literacy: A Japanese perspective. *Mathematics Education Research Journal* 15 (3), 3-22.

ARTEAGA, P. (2008). *Análisis de gráficos estadísticos elaborados en un proyecto de análisis de datos. Trabajo fin de Máster*. Departamento de Didáctica de la Matemática.

ARTEAGA, P. y BATANERO, C. (2010). Evaluación de errores de futuros profesores en la construcción de gráficos estadísticos. En M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo y T. Sierra (Eds.). *XII Simposio de las Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (p. 211-221). Lleida: SEIEM.

BEN-ZVI, D., y FRIEDLANDER, A. (1997). Statistical thinking in a technological environment. En J. Garfield y G. Burrill (Eds.). *Research on the role of technology in teaching and learning statistics* (54-64). Voorburgo, International Statistical Institute.

BERTIN, J. (1967). *Semiologie graphique*. Paris: Gauthier-Villars.

BRUNO, A. y ESPINEL, M. C. (2005). Recta numérica, escalas y gráficos estadísticos: un estudio con estudiantes para profesores. *Formación del Profesorado e Investigación en Educación Matemáticas* 7, 57-85.

CAZORLA, I. (2002). *A relação entre a habilidades viso-pictóricas e o domínio de conceitos estatísticos na leitura de gráficos*. Tesis Doctoral. Universidad de Campinas.

CLEVELAND, W. S. y MCGILL, R. (1984). Graphical perception: theory, experimentation and application to the development of graphical methods. *Journal of the American Statistical Association*, 79(387), 531-554.

CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN. JUNTA DE ANDALUCÍA (2007b). *ORDEN de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía*.

CURCIO, F. R. (1987). Comprehension of mathematical relationships expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education* 18 (5), 382-393.

— (1989). *Developing graph comprehension*. Reston, VA: N.C.T.M.

ESPINEL, C. (2007). Construcción y razonamiento de gráficos estadísticos en la formación de profesores. *Investigación en Educación Matemática* 9, 99-119.

FRIEL, S., CURCIO, F. y BRIGHT, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in mathematics Education* 32 (2), 124-158.

GAL, I. (2002). Adult's statistical literacy: Meaning, components, responsibilities. *International Statistical Review* 70, 1-25.

GERBER, R., BOULTON-LEWIS, G. y BRUCE, C. (1995). Children's understanding of graphic representation of quantitative data. *Learning and Instruction* 5, 70-100.

KOSSLYN, S. M. (1985). Graphics and human information processing. *Journal of the American Statistical Association*, 80(391), 499-512.

LEE, C. y MELETIOU, M. (2003). Some difficulties of learning histograms in introductory statistics. *Joint Statistical Meetings-Section on Statistical Education*. [Web en línea] <<http://www.statlit.org/PDF/2003LeeASA.pdf>>

LI, D. Y. y SHEN, S. M. (1992). Students' weaknesses in statistical projects. *Teaching Statistics* 14(1), 2-8.

MEC (2006). *Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Primaria*.

MONTEIRO, C. y AINLEY, J. (2006). Student teachers interpreting media graphs. *Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics*. Id. A. Rossman & B. Chance. Salvador de Bahía: International Statistical Institute and International Association for Statistical Education. Online: <http://www.stat.auckland.ac.nz/~iase>.

— (2007). Investigating the interpretation of media graphs among student teachers. *International Electronic Journal of Mathematics Education* 2, III: 188-207. [Web en línea] <<http://www.iejme/>>.

POSTIGO, Y. y POZO, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y Aprendizaje*, 90, 89-110.

RIDGWAY, J., NICHOLSON, J. y MCCUSKER, S. (2008). Mapping new statistical Literacies and Illiteracies. *International Conference on Mathematics Education*, Trabajo presentado en el 11th International Congress on Mathematics Education, Monterrey, Mexico.

RUIZ, B. (2006). *Un acercamiento cognitivo y epistemológico a la didáctica del concepto de variable aleatoria*. Tesis de Maestría. CICATA. México.

WATSON, J. M. (2006). *Statistical literacy at school: Growth and goals*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

WU, Y. (2004). Singapore secondary school students' understanding of statistical graphs. Trabajo presentado en el 10th International Congress on Mathematics Education. Copenhagen.

